

ХІІ клас

Зад. 1 Да се реши системата

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 7 \\ x^4 + y^4 + x^2y^2 = 133 \end{cases}$$

Зад. 2 Числата  $a_1, a_2, a_3$  образуват аритметична прогресия, а числата  $b_1, b_2, b_3$  образуват геометрична прогресия. Частното на геометричната прогресия е равно на първия член  $a_1$  на аритметичната прогресия, а разликата на аритметичната прогресия е равна на първия член  $b_1$  на геометричната прогресия. Дадено е, че  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 32$  и  $b_1 + b_2 = 12$

а) Да се намерят числата  $a_3$  и  $b_3$ ;

б) В случая, когато  $b_1 > a_1$ , да се намери най-малкото естествено число  $n$ , за което  $b_n > 1996$

Зад. 3 Дължините на катетите  $a$  и  $b$  на правоъгълен триъгълник удовлетворяват равенството  $\sqrt{a^2 - 6a\sqrt{2} + 19} + \sqrt{b^2 - 4b\sqrt{3} + 16} = 3$ . Намерете дължината на хипотенузата на триъгълника.

Зад. 4 В окръжност с радиус  $R$  е вписан четириъгълник  $ABCD$ , като  $AB = 2R$ . Да се докаже, че периметърът на четириъгълника е равен на  $2R[1 + \cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)]$ , където  $\alpha = \angle BAD$  и  $\beta = \angle ABC$ . Ако  $\alpha = \beta$ , да се намери  $\alpha$  така, че периметърът да е най-голям.